

УДК 621.9.048

**А.В. МИЦЫК**, канд. техн. наук,

**В.А. ФЕДОРОВИЧ**, д-р техн. наук, Харьков, Украина

## **КИНЕМАТИКА ГРАНУЛИРОВАННОЙ РАБОЧЕЙ СРЕДЫ ПРИ ОТДЕЛОЧНО-ЗАЧИСТНОЙ ОБРАБОТКЕ В КОЛЕБЛЮЩЕМСЯ РЕЗЕРВУАРЕ**

Наведено результати розгляду руху робочого середовища у циліндричному коливному резервуарі оздоблювально-зачищувального віброверстата. Рішення рівнянь Нав'є-Стокса дають вираз функції Бесселя, що обґрунтовує циклоїдно-трахоїдний характер кінематики робочого середовища та дозволяє розрахувати швидкості її потоків у будь-якій точці резервуару, необхідні для визначення параметрів технології і устаткування. Виявлені зони резервуару з підвищеним імпульсним навантаженням при комбінуванні схем енергетичної дії на робоче середовище і оброблювані деталі.

Даны результаты рассмотрения движения рабочей среды в колеблющемся цилиндрическом резервуаре отделочно-зачистного вибростанка. Решение уравнений Навье-Стокса дают выражение функции Бесселя, что обосновывает циклоидно-трахоидный характер кинематики рабочей среды и позволяет рассчитать скорости ее потоков в любой точке резервуара, необходимые для определения параметров технологии и оборудования. Выявлены зоны резервуара с повышенным импульсным нагружением при комбинировании схем энергетического воздействия на рабочую среду и обрабатываемые детали.

The results of examination of working medium motion in oscillating cylindrical reservoir of finishing-grinding vibration machine are presented. The solution of Navier-Stokes equations determines the expressions of Bessel functions that substantiates the complex cycloid-trochoid nature and allows to calculate the velocities of medium's flows in any point of the reservoir. Such calculations are required for the determination of parameters of technology and equipment. The zones of reservoir with increased impulse loading at combining the schemes of energetic action into the working medium and processed products are observed.

### **Введение**

Физическая сущность процесса вибрационной отделочно-зачистной обработки состоит в том, что в «U» – образный резервуар помещают

рабочую среду, обрабатываемые детали и другие интенсифицирующие добавки. Далее резервуару с помощью внешнего источника энергии сообщают циклоидно-трахоидные колебательные движения, приводя гранулированную рабочую среду в состояние виброкипения. При этом среда совершает циркуляционное движение в направлении обратном движению рабочих поверхностей резервуара. В результате относительного перемещения и взаимного давления гранул среды и обрабатываемых деталей происходят процессы микрорезания и упругопластического деформирования, что обеспечивает удаление дефектного слоя металла, а также уменьшение шероховатости поверхности деталей. Эффективность процесса определяется кинематикой и динамикой виброкипящей гранулированной среды.

Исследования, выполненные с использованием скоростной киносъемки, позволили установить характерные особенности динамики рабочей среды в технологической системе. Отмечено, что в течение одного периода колебаний имеют место «отход» гранул среды от стенок резервуара и последующая «встреча» обоих. Такое явление является причиной возникновения циркуляционного движения среды. Также установлено, что сферическая поверхность днища резервуара при нижнем горизонтальном расположении инерционного вибровозбудителя, оказывает в 1,2...1,5 раза большее силовое воздействие на загруженную в резервуар среду и детали, чем прямолинейные поверхности его стенок.

В этой связи представляет научный интерес рассмотрение кинематики рабочей среды, контактирующей с цилиндрическим днищем «U» – образного резервуара отделочно-зачистного вибростанка. В данной статье движение рабочей среды у цилиндрического днища резервуара целесообразно изучать на примере колебательного движения среды внутри кругового цилиндра. Рассматриваемые здесь особенности движения сохраняют свою общность и полную аналогию.

### **Постановка задачи**

В основу модели положено предположение о том, что поведение массы гранул, находящихся под действием колебаний, аналогично поведению газа. Решение задачи нахождения зависимости поля скоростей элементарного объема гранул рабочей среды, а также его плотности и

давления, от координат и времени необходимо искать с помощью уравнений Навье-Стокса, уравнений неразрывности и уравнений состояния газа. Однако, поиск решения этих уравнений даже при простых начальных и граничных условиях встречает непреодолимые математические трудности. Поэтому в данном случае пренебрегаем изменением плотности, гравитационным воздействием и конвективным ускорением. Все перечисленные упрощения согласуются с результатами экспериментальных исследований процесса виброобработки [1, 2, 3].

### Исходные уравнения и граничные условия движения рабочей среды

Исходя из гипотезы прилипания [4], принимаем, что элементарный объем рабочей среды, находящейся на внутренней поверхности цилиндра, имеет скорость, равную скорости этой поверхности. Тогда, скорости гранул среды на границе цилиндра определяются следующим образом:  $V_{o\varphi} = -A\omega \sin(\omega t - \varphi)$ ;  $V_{or} = -A\omega \cos(\omega t - \varphi)$  (рис. 1). Компоненты скорости элементарного объема гранул представлены в цилиндрических координатах  $o\varphi$  и  $or$ . Ось  $oz$  расположена перпендикулярно плоскостям,  $i_r$  и  $i_\varphi$  – единичные векторы, направленные по радиусу цилиндра и тангенциально ему (рис. 1).

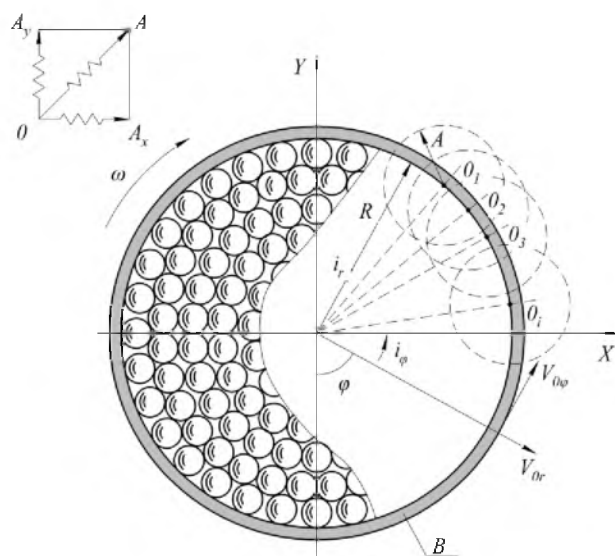


Рисунок 1 – Радиальная и тангенциальная составляющие скорости движения элементарного объема гранул рабочей среды внутри цилиндра

### Решение упрощенных уравнений Навье-Стокса

Исходя из сказанного выше, можно записать следующие упрощенные уравнения Навье-Стокса [5] в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \varphi^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \varphi} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\varphi}{\partial \varphi^2} \right). \quad (2)$$

Здесь  $V_r$  и  $V_\varphi$  – скорости элементарного объема рабочей среды, направленные, соответственно, вдоль единичных векторов  $i_r$  и  $i_\varphi$ .

Для решения уравнений (1) и (2) использовался метод разделения переменных [6]. Были получены три типа уравнений, одинаковых для обеих компонент скорости, которые определяли радиальную  $H(r)$ , тангенциальную  $g(\varphi)$  и временную  $a(t)$  составляющие скоростей  $V_r$  и  $V_\varphi$  элементарного объема псевдо-газа из абразивных гранул:

$$x^2 \frac{d^2 H}{dx^2} + x \frac{dH}{dx} + H(x^2 - l) = \frac{lc}{\rho k}; \quad \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\varphi^2} = l; \quad a = Ae^{\pm kt}. \quad (3)$$

Константы, определяются из граничных условий –  $k = i\omega$ ,  $l = -1$ . Переменная  $x$ , введенная в ходе преобразований может иметь два значения –  $w = \sqrt{\frac{k}{\nu}} r$ ,  $z = i\sqrt{\frac{k}{\nu}} r$  в зависимости от знака перед постоянной  $k$  в выражении для  $a(t)$ . Уравнение для  $H(r)$  является неоднородным дифференциальным уравнением Бесселя, решение которого имеет вид [7]:

$$H(x) = \frac{\pi}{2} Y_\nu(x) \int x J_\nu(x) m dx - \frac{\pi}{2} J_\nu(x) \int x Y_\nu(x) m dx. \quad (4)$$

Решение уравнения 4 определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} H(z) = -\frac{\pi}{2} \frac{c_1 c_2 c_3}{\rho \omega} \{H_1^*(z) + iH_2^*(z)\}, \\ H(w) = \frac{\pi}{2} \frac{c_1 c_2 c_3}{\rho \omega} \{H_1^*(w) + iH_2^*(w)\}. \end{cases} \quad (5)$$

Окончательное решение уравнений 1 и 2 с граничными условиями  $V_{\text{оф}} = -A\omega \sin(\omega t - \varphi)$ ;  $V_{\text{ор}} = -A\omega \cos(\omega t - \varphi)$  имеет вид:

$$V_r(t, r, \varphi) = \left( F_1^J(r^*) (D_r - B_r) + \frac{\pi}{2} R \omega A^2 (H_1^*(w) - H_1^*(z)) \right) \cos(\omega t - \varphi), \quad (6)$$

$$V_\varphi(t, r, \varphi) = - \left( F_2^J(r^*) (D_\varphi + B_\varphi) + \frac{\pi}{2} R \omega A^2 (H_2^*(w) + H_2^*(z)) \right) \sin(\omega t - \varphi). \quad (7)$$

Коэффициенты  $B_\varphi$ ,  $D_\varphi$ ,  $B_r$ ,  $D_r$  входящие в выражения (6) и (7), определяются следующим образом:

$$B_\varphi = \frac{A\omega(1 - 2RA + \pi R A H_2^*(Z))}{2F_2^J(R^*)}; \quad D_\varphi = \frac{A\omega(1 + 2RA - \pi R A H_2^*(W))}{2F_2^J(R^*)}; \quad (8)$$

$$B_r = \frac{A\omega(1 + 2RA - \pi R A H_1^*(Z))}{2F_1^J(R^*)}; \quad D_r = \frac{A\omega(-1 + 2RA - \pi R A H_1^*(W))}{2F_1^J(R^*)}. \quad (9)$$

Для граничных условий  $V_{\text{ор}}^1 = -A\omega \sin(\omega t - \varphi)$ ,  $V_{\text{оф}}^1 = -A\omega \cos(\omega t - \varphi)$  решение несколько видоизменяется: здесь  $H_1^*(Z)$ ;  $H_1^*(W)$ ;  $H_2^*(Z)$ ;  $H_2^*(W)$ ;  $F_1^J(R^*)$ ;  $F_1^J(R^*)$ ;  $F_2^J(R^*)$  представляют собой значения этих функций при  $r = R$ ,  $r^* = r \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$  (рис. 2). Поведение перечисленных функций в зависимости от безразмерного радиуса –  $r^*$ , а также зависимости  $V_r(t, r, \varphi)$  и  $V_\varphi(t, r, \varphi)$  при  $\varphi = 0$  показаны графически (рис. 3, 4).

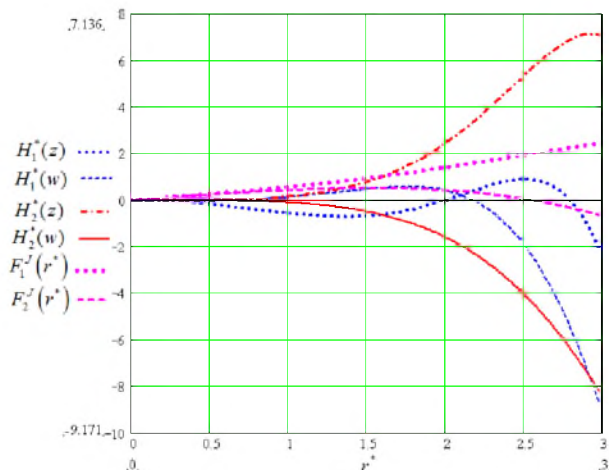


Рисунок 2 – Зависимость функций  $H_1^*(Z)$ ;  $H_1^*(W)$ ;  $H_2^*(Z)$ ;  $H_2^*(W)$ ;  $F_1^J(R^*)$ ;  $F_2^J(R^*)$  от величины безразмерного радиуса  $r^*$

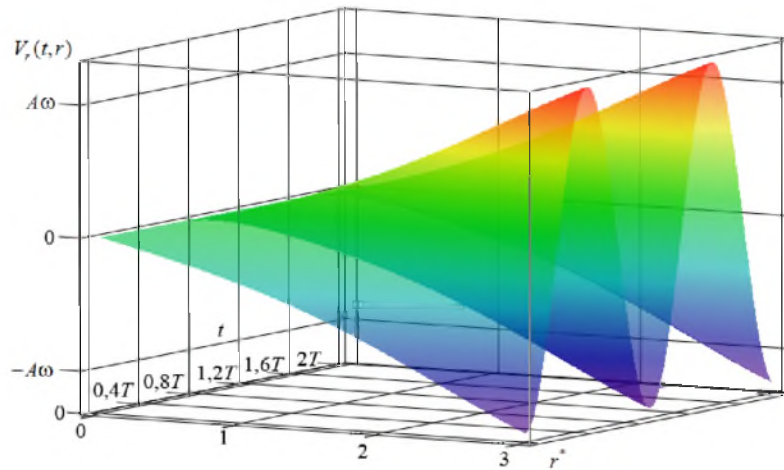


Рисунок 3 – Зависимость  $V_r(t, r, \varphi)$  радиальной составляющей скорости движения гранул среды внутри колеблющегося цилиндра от его радиуса и периода колебания  $T = 2\pi/\omega$

Графическая зависимость для  $V_r(t, r, \varphi)$  показывает, что радиальная  $V_r(r^*)$  компонента скорости движения гранул описывается только вдоль временной оси  $T = 2\pi/\omega$ .

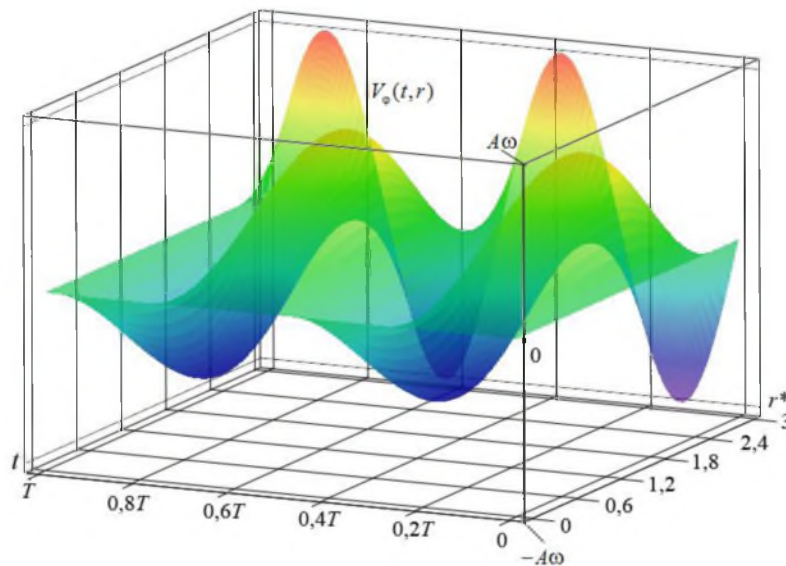


Рисунок 4 – Зависимость  $V_\varphi(t, r, \varphi)$  тангенциальной составляющей скорости движения гранул среды внутри колеблющегося цилиндра от его радиуса и периода колебания  $T = 2\pi/\omega$

Графическая зависимость для  $V_{\varphi}(t, r, \varphi)$  описывает колебательное движение рабочей среды, как вдоль временной оси, так и в радиальном направлении. Такое поведение, в циркуляционном движении колеблющейся рабочей среды весьма характерно для волновых процессов. Из волновых свойств  $V_{\varphi}(t, r, \varphi)$  можно сделать следующие выводы:

- волновой характер поведения  $V_{\varphi}(r^*)$  означает, что тангенциальная составляющая скорости движения гранул среды будет иметь различное направление при изменении удаления от рабочей поверхности цилиндра или от его оси;

- на кривой  $V_{\varphi}(r^*)$  можно выделить три участка, которые характеризуют изменение ее поведения по мере удаления от рабочей поверхности цилиндра к его центральной части. На первом отрезке, когда  $2,6 \leq r^* \leq 3$ , модуль функции убывает от  $A\omega$  до нуля, на втором отрезке, когда  $1,5 \leq r^* \leq 2,6$ , модуль функции растет от нуля до  $\approx 0,8A\omega$ , на третьем участке  $V_{\varphi}(r^*)$  вновь стремится к нулю.

Следовательно, поведение тангенциальной  $V_{\varphi}(r^*)$  составляющей скорости движения гранул среды означает, что изменяя радиус днища резервуара вибростанка, можно обеспечить, как увеличение модуля тангенциальной составляющей скорости по мере удаления от рабочей поверхности резервуара к его центру, так и его снижение. Иными словами, существует возможность оптимизировать конструктивные параметры резервуара вибростанка применительно к требуемому технологическому результату обработки. Основным фактором определения конструктивных параметров является величина  $L = \sqrt{\frac{v}{\omega}}$ , имеющая размерность длины.

Кроме того, увеличение тангенциальной  $V_{\varphi}(r^*)$  составляющей скорости движения гранул рабочей среды носит характер кумуляции кинетической энергии тангенциального потока. Такие физические эффекты целесообразно использовать в новых разновидностях процессов виброобработки, связанных с использованием различных схем энергетического воздействия на рабочую среду и обрабатываемые детали [8, 9].

Проведенное описание кинематики виброкипящей гранулированной среды при обработке в колеблющемся резервуаре позволяет рассчитать динамику рабочей среды в резервуаре с учетом «отрыва» среды от поверхности резервуара и последующей их «встречи». Для этого необходимо разложить в ряд Фурье [10] периодическое негармоническое изменение скорости гранул граничного слоя среды, контактирующего с рабочей поверхностью резервуара. Тогда новое решение будет определяться суммой решений, найденных для случая гармонического изменения скорости гранул граничного слоя, принятых со своими частотами и весовыми коэффициентами.

**Список использованных источников:** 1. *Бабичев А.П.* Основы вибрационной технологии / А.П. Бабичев, И.А. Бабичев. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008. – 694 с. 2. *Мицык А.В., Федорович В.А.* Развитие новых технологий вибрационной отделочно-зачистной и упрочняющей обработки деталей общемашиностроительного применения. // Вісник НТУ «ХП». Серія Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків НТУ «ХП». – 2012. – № 47 (953). – С. 226 – 233. 3. Обработка деталей свободными абразивами в вибрирующих резервуарах: моногр. / И.Н. Карташов, М.Е. Шаинский, В.А. Власов и др. – К.: Вища школа, 1975. – 188 с. 4. *Batchelor G.K.* An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge, England: Cambridge University Press, 2000. – 615 p. 5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. – 5-е изд., стер. – М.: Физматлит, 2006. – 736 с. 6. *Tun Muint-U, Lokenath Debnath.* Linear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers. Boston: Birkhäuser, 2007. – 778 p. 7. *Watson G.K.* A treatise on the theory of Bessel Functions. England: Cambridge University Press, 1995. – 794 p. 8. Эффективность новых разновидностей способа вибрационной обработки деталей / Мицык А.В., Федорович В.А., Фадеев В.А. // Сучасні технології в машинобудуванні: зб. наук. праць. – Х.: НТУ «ХП», 2012. – Вип. 7. – С. 74 – 81. 9. Применение вибрационных технологий на операциях отделочно-зачистной обработки деталей (очистка, мойка, удаление облоя и заусенцев, обработка кромок) / А.П. Бабичев, П.Д. Мотренко, Л.К. Гиллеспи и др.; под ред. А.П. Бабичева. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2010. – 289 с. 10. *Korner T.W.* Fourier analysis. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1989. – 591 p.